平成30年度 名古屋大学大学院環境学研究科
地球環境科学専攻 大気水圏科学系
博士課程(前期課程) 普通入試 筆記試験問題

【専門科目】

試験日時: 平成29年8月22日(火) 13:30～16:30

(注意事項)

(1)解答開始の合図があるまでこの問題冊子を開いてはならない.

(2)下記の7科目のうちから2科目を選択し, 解答しなさい.

- 地球環境学
- 地球物理学
- 地球化学
- 物理学
- 化学
- 生物学
- 数学

(3)解答用紙は問題冊子とは別に配布する.

(4)解答用紙は各科目につき2枚ずつである. 「物理学」・「生物学」については, 問題ごとに別の解答用紙を使用すること.

(5)解答用紙は所定の枚数以上を使用してもかまわない. 配布された解答用紙では不足する場合, 監督者まで申し出ること.

(6)解答用紙のすべてに受験番号および科目を記入すること(氏名は記入しない).

(7)解答には黒の鉛筆かシャープペンシルの使用を推奨する.

(8)試験に際して, 監督者が配付する電卓を使用してもよい.

(9)携帯電話や PHS の電源を切ってカバン等にしまうこと. 身につけていてはいけない.

(10)試験時間は13時30分から16時30分までである(開始後30分までは入室可).

(11)試験中に気分が悪くなるなど, 必要な場合は監督者に申し出ること.

(12)試験問題の内容に関する質問は一切受け付けない.

(13)試験終了後, 問題冊子は持ち帰ってよい.

・選択した２科目を○で囲みなさい.

地球環境学	地球物理学	地球化学	物理学
化学	生物学	数学	

・下欄に受験番号と提出する解答用紙の枚数を記入し, この表紙を問題冊子から取り外して, 解答用紙の上に重ねて提出しなさい.

受験番号		提出する解答用紙の枚数	枚

地球環境学

以下の**問題１～問題２**を全て解答しなさい.

問題１　日中，地表面で吸収された太陽放射・大気放射エネルギーは，地温の上昇，気温の上昇，水の蒸発などに使われる．夜間は地温・気温は低下し，結露することもある．一般に，地表面では，次のエネルギー収支式が成り立つものとする．

$$R_n = H + LE + G$$

ここで，R_nは正味放射フラックス（Wm^{-2}），Hは顕熱フラックス（Wm^{-2}），LEは潜熱フラックス（Wm^{-2}），G は地中熱フラックス（Wm^{-2}）である．顕熱は絶対温度に比例した熱量であり，潜熱は水が相変化するときに吸収あるいは放出する熱量である.各フラックスの向きに関しては，R_nとGは下向きを正，Hは上向きを正とする．LEは蒸発を正，凝結を負とする．

問１　図１は,暖候期の晴天日に北米で観測されたエネルギー収支の日変化である．図 1 の(a)と(b)がどのような地表面状態であるか，水面，草地，砂漠の中から最も適当なものをそれぞれ一つ選び，日変化の特徴をそれぞれ 100 字以内で説明しなさい.

問２　図２は，夏季の晴天日に北米のよく灌漑された牧草地で観測されたエネルギー収支の日変化である．この牧草地は，周囲から乾燥した高温の空気が流入する環境にある．上記のエネルギー収支式が成り立つものとして，以下の問いに答えなさい.

（１）潜熱フラックスが正味放射フラックスを上回る時間帯が多い.この理由を 150 字以内で説明しなさい.

（２）午後，日中にもかかわらず，顕熱フラックスは負になる．この理由を 150 字以内で説明しなさい.

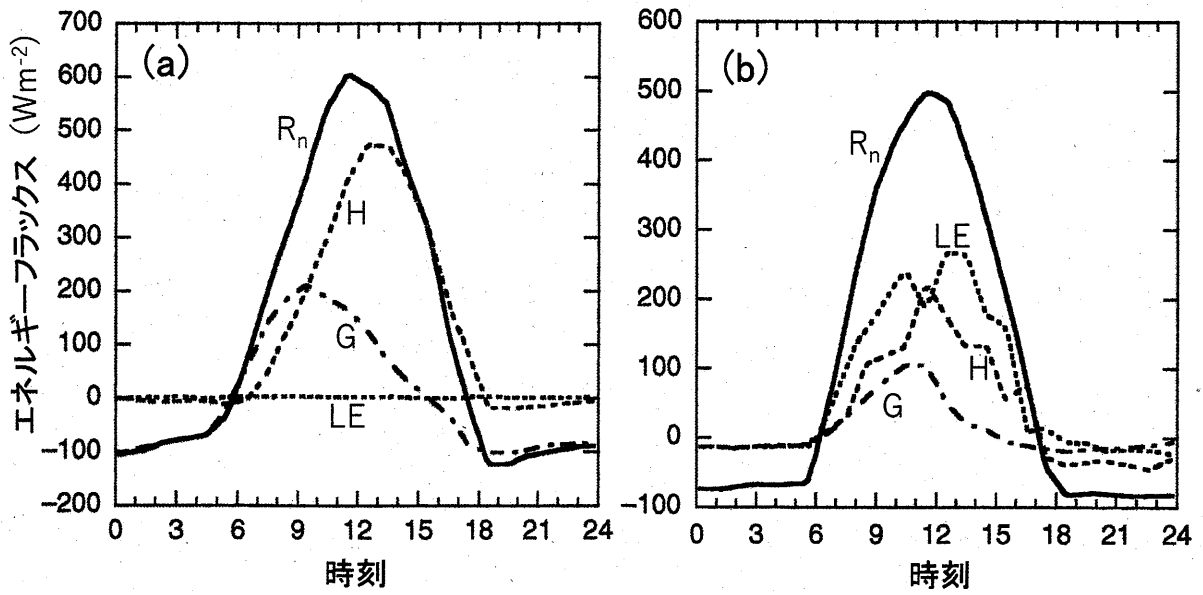


図１．北米の異なる地表面で観測されたエネルギー収支の日変化．観測は，暖候期の晴天日に行われた．出典：Hartmann (2016)： Global Physical Climatology, Second edition, Elsevier.

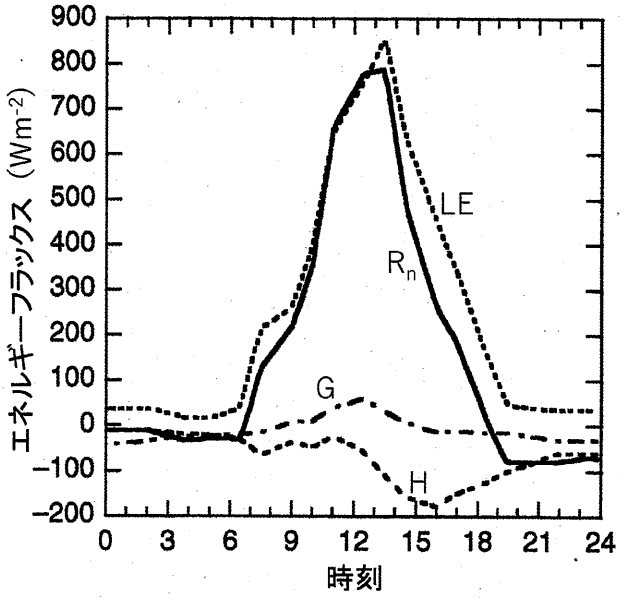


図２．北米のよく灌漑された牧草地で観測されたエネルギー収支の日変化．観測は，夏季の晴天日に行われた．出典：Hartmann (2016)： Global Physical Climatology, Second edition, Elsevier.

問題２　太陽系の４つの地球型惑星（水星，金星，地球，火星）と地球の衛星である月の中で，生命の存在が確認されているのは地球のみである．下の表に書かれている情報から，地球のみが生命が存在できる環境である理由として考えられることを２つ挙げて，それぞれ300字程度で論述しなさい．

表１．水星，金星，地球，月，火星の比較（小倉, 1984;理科年表他から編集）

	水星	金星	地球	月	火星
太陽からの平均距離（天文単位）	0.387	0.723	1	1	1.524
公転周期(太陽年)	0.2409	0.6152	1	—	1.8809
軌道離心率	0.2056	0.0068	0.0167	—	0.0934
自転周期(日)	58.65	243.0	0.9973	27.32	1.026
赤道半径(km)	2,440	6,050	6,380	1,738	3,390
表面重力（地球=1）	0.37	0.88	1	0.165	0.38
大気（主な成分）	なし	二酸化炭素	窒素，酸素	なし	二酸化炭素，窒素
表面気圧（hPa）	$<10^{-2}$	約 9×10^{4}	約 10^{3}	0	約6
惑星アルベド（反射能）	0.06	0.78	0.30	0.07	0.16

地球物理学

問題１～問題５の全てを解答しなさい．解答に必要な式に用いる変数や定数は定義して用いること．また，導出過程も示すこと．

問題１　地球の大気は圧縮性があり，密度成層をしている．気温が鉛直方向に一定の大気を考える．この大気の密度の鉛直分布を与える式を求めなさい．また，大気の気体定数を 300 J K^{-1} kg^{-1}，重力加速度を 10 m s^{-2} と近似して，気温 300 K の大気の場合，大気の密度が地表の大気密度の e 分の 1 になる高さを有効数字１桁で求めなさい．ここで e は自然対数の底である．

問題２　日本の南を流れる黒潮を近似的に地衡流とみなすと，黒潮の流れの速度が 1 m s^{-1} で，幅が 100 km の場合，海面はこの流れの向きに対してどちら側が，どれだけ高くなっているかを有効数字１桁で答えなさい．

問題３　北半球において，地衡風の向きが高さとともに時計回りに回転するとき，暖気移流（暖かい空気が流れ込むこと）となっていることを，地衡風ベクトル，温度風ベクトルおよび温度分布の関係を図示して，説明しなさい．

問題４　激しい積乱雲が発生するような天気の場合，対流圏下層の水蒸気量が多いほど，積乱雲が発生しやすくなることを，自由対流高度を用いて説明しなさい(100～200 字)．

問題５　北半球の中緯度において直線状の海岸に平行に定常的な風が吹く場合，沿岸湧昇が起こるのは，風ベクトルの向きに対して陸がどちら側にある場合かを示し，その理由を，図を用いて説明しなさい．

地球化学

以下の問題１～問題３を全て解答しなさい．

問題１　ある地層から炭化した木片が大量に出土した．この木片の炭素 1 kg 中に含まれている ^{14}C の放射能は 9.00 Bq，すなわち，1 秒間に 9 個の ^{14}C が崩壊することが明らかになった．これに関して以下の問１～問５に答えなさい．また，解答用紙には導出過程も書きなさい．なお，^{14}C の半減期は 5730 年，^{12}C の平均同位体存在比（モル比）は 98.9%，アボガドロ定数は 6.02×10^{23} とする．また，同位体比はすべてモル比で表すものとする．

問１　^{12}C の平均同位体存在比をもとに，炭素の原子量を小数点第２位まで求めなさい．

問２　この木片の $^{13}C/^{12}C$ 比と $^{14}C/^{12}C$ 比を有効数字２桁で求めなさい．

問３　この木片中の ^{14}C は，何を起源として，どのようにして形成され，どのような過程を経てこの木片に含まれるに至ったものと考えられるか．まとめて 100 字程度で答えなさい．

問４　現在の大気中の CO_2 の $^{14}C/^{12}C$ 比を測定したところ，1.30×10^{-12} となった．現在の大気中の CO_2 の $^{14}C/^{12}C$ 比を初期 (t=0) の $^{14}C/^{12}C$ 比と仮定して，この木片の ^{14}C 年代を求めなさい．

問５　木片の初期 $^{14}C/^{12}C$ 比として，現在の大気中の CO_2 の $^{14}C/^{12}C$ 比を用いる場合の問題点を一つ挙げ，それが推定年代に対してどのような影響を与えるのか，100 字程度で説明しなさい．

問題 2　図 1 に，地球大気中の CO_2 濃度（体積混合比）の時間変化を示す（単位は ppm = 10^{-6}）．これに関して以下の問 1 ～問 4 に答えなさい．解答用紙には導出過程も書きなさい．

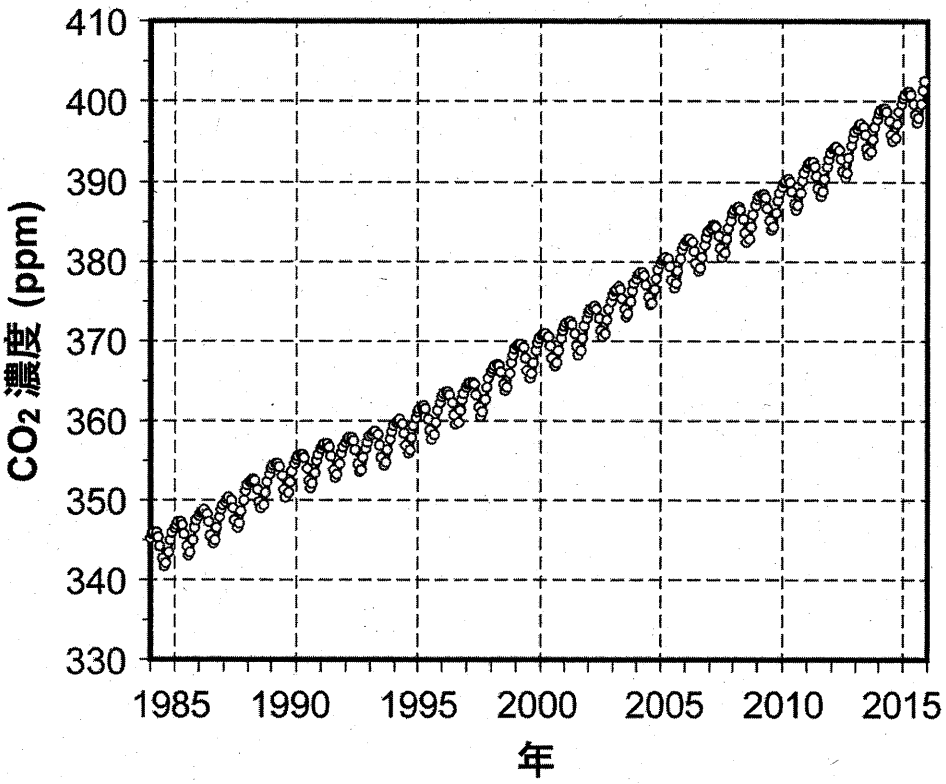


図 1．地球大気の平均二酸化炭素濃度の経年変化（WMO のデータを元に作成）

問 1　大気中の CO_2 濃度を定量するには，どのようにすれば良いか．手法を一つ挙げ，その濃度測定の原理を 100 字程度で説明しなさい．

問 2　図 1 に示すように，CO_2 濃度は，毎年 8 月頃に極小，4 月頃に極大を示す．このような季節変化を示す理由を，70 字程度で説明しなさい．

問 3　大気中の CO_2 の増加モル量と，大気中の O_2 の減少モル量は，等しいものと仮定して，大気中の O_2 濃度の 1985 年から 2015 年までの間の減少幅を，1985 年の O_2 濃度を基準 (100) とした相対値で求めなさい．ただし，1985 年における，実際の大気中の O_2 濃度（体積混合比）は 21%とする．

問 4　2015 年に大気中に含まれていた CO_2 の総質量 (kg) を求めなさい．ただし，C と O の原子量は，それぞれ 12 と 16 として，有効数字 2 桁で求めなさい．また，必要であれば，以下の値を用いなさい．地表面における平均大気圧：10^5

$(N\ m^{-2})$，地表面における重力加速度：10 $(m\ s^{-2})$，地球の表面積：5×10^{14} (m^2)，地球大気の平均分子量：29

問題3　外洋の海水中の溶存化学成分と生物の関係に関して，以下の問1～問2に答えなさい．

問1　海水中の溶存化学成分の中には，たとえ同じ場所で観測していても，深度が変わると，濃度が大きく変化するものが存在する．このような溶存化学成分の中で，海水中の生物活動を反映して濃度が深度方向に大きく変化する成分を具体的に一つ挙げ，どのような生物活動を反映して，どのような濃度変化が観測されるのか，合わせて100字程度で説明しなさい．

問2　寒冷な亜寒帯海域の表面海水は，温暖な亜熱帯海域の表面海水と比べると，一般に透明度が低い．この両海域間で透明度に違いが生じる理由を，以下の語句をすべて用いて，300字程度で説明しなさい．

植物プランクトン　　栄養塩　　表層水　　深層水

物理学

以下の**問題１**～**問題２**を，それぞれ別の解答用紙に分けて，全て解答しなさい．

問題１　図１のように，鉛直下向きの一様な重力場のもとで，水平な床に固定されている半径Rの半球がある．半球の頂上から僅かにずれた位置に，半径r，質量mの球対称な密度分布を持つ球をのせて静かに手を離したところ，球は半球を滑らずに転がり，その後，滑りはじめた．ここでは，球を半球の上にのせた際の頂点からの位置のずれは十分に小さいとして無視できるものとする．時間をt，球の重心を通る回転軸周りの慣性モーメントをI，半球の中心と球の重心を結んだ直線と鉛直上向き方向とのなす角をθ，球と半球の間に働く摩擦力の大きさをF，垂直抗力の大きさをN，重力加速度の大きさをgとし，転がり摩擦は働かないものとする．球の重心運動の進行方向を向いた単位ベクトルを$\vec{s}$，球の重心から半球の中心を向いた単位ベクトルを$\vec{n}$とする．以下の問１～問２に答えなさい．

問１　球が半球を滑らずに転がっているときの運動について，小問（１）～（７）に答えなさい．

（１）球の重心の速度ベクトル$\vec{v}=v\vec{s}$の大きさvと$\dfrac{d\theta}{dt}$の関係を求めなさい．

（２）球の重心の加速度ベクトル$\vec{a}$は$\vec{a}=\dfrac{dv}{dt}\vec{s}+\dfrac{v^2}{r+R}\vec{n}$と表せることを速度ベクトルの微分により示しなさい．

（３）球の重心運動について，$\vec{s}$ベクトルと$\vec{n}$ベクトルに沿った方向の運動方程式をそれぞれ立てなさい．

（４）球の回転に関する運動方程式を立てなさい．

（５）静止した座標系でみたときの，球の重心周りの回転角速度の大きさをωとする．滑らない条件から$\dfrac{d\theta}{dt}$とωの関係を求めなさい．

（６）以下の関係を導出しなさい．また，その物理的意味を説明しなさい．

$$\frac{1}{2}m(r+R)^2\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=mg(r+R)(1-\cos\theta)$$

（７）摩擦力F，垂直抗力Nをθの関数として表しなさい．I，m，r，gを用いること．

問２　球は$\theta=\theta_c$まで転がったところで滑り始めた．球と半球の間の静止摩擦係数μをθ_cを用いて表しなさい．ここでは球の密度を一様として，$I=\frac{2}{5}mr^2$を用いてよい．

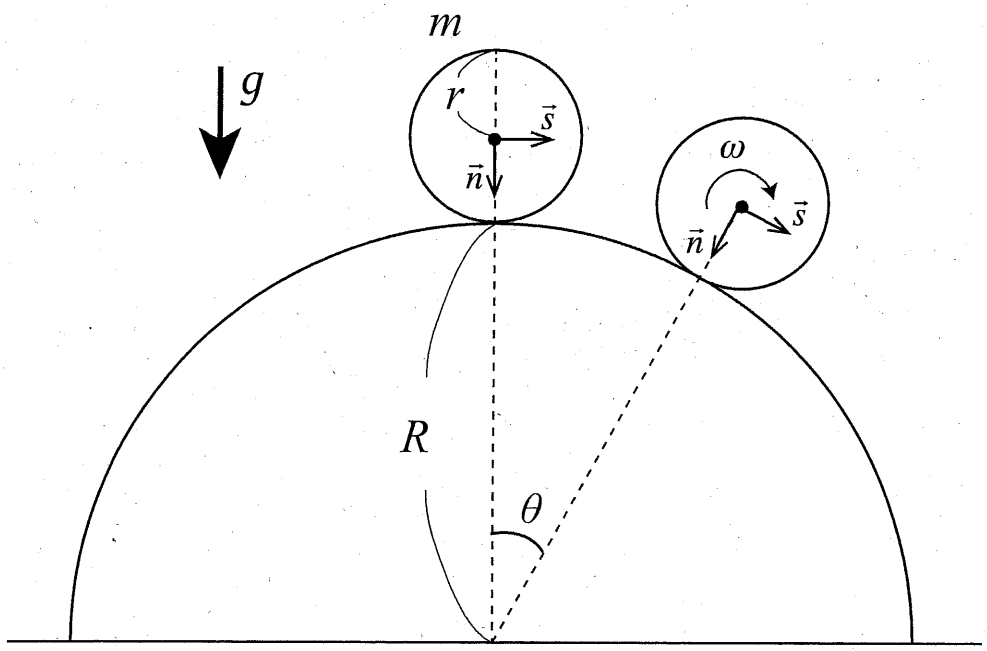


図１

問題２　点Ｏに質量Mの質点（以下，質点Ｍという）があり，また，Ｏから距離rのところに質量Mに比べて十分小さな質量 m の質点（以下，質点ｍという）があって，質点ｍが，質点Ｍから万有引力を受けて，動いている状況を考える．その質点ｍの軌道を求めたい．その際，この系が有する 2 つの保存量，すなわち，角運動量ベクトルおよび Laplace-Runge-Lenz ベクトル（離心ベクトル，ともいう）を活用する．

時間をt，Ｏを始点とする質点ｍの位置ベクトルを$\boldsymbol{r}$，質点ｍの速度ベクトルを$\boldsymbol{v}$，万有引力定数をGとする．すると，質点ｍは，次の運動方程式 (1) にしたがう．

$$m\frac{d}{dt}\boldsymbol{v} = -GMm\frac{1}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r} \tag{1}$$

単位質量あたりの角運動量ベクトル$\boldsymbol{h}$ は，次のように定義される．

$$\boldsymbol{h} \equiv \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v} \tag{2}$$

また，Laplace-Runge-Lenz ベクトル$\boldsymbol{e}$ は，次のように定義される．

$$\boldsymbol{e} \equiv \frac{1}{GM}(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{h}) - \frac{\boldsymbol{r}}{r} \tag{3}$$

以下の問１～問２に答えなさい．

なお，解答にあたり，必要に応じて，次のベクトル解析の公式を使いなさい．

$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{C} \times \boldsymbol{A}) = \boldsymbol{C} \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \tag{a}$$

$$\boldsymbol{A} \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C})\,\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})\,\boldsymbol{C} \tag{b}$$

問１　以下の小問（１）～（２）に答えなさい．

（１）　式 (1) を利用して，式 (2) で定義された単位質量あたりの角運動量ベクトル$\boldsymbol{h}$が保存量であることを示しなさい．

（２）　式 (1) の両辺と$\boldsymbol{h}$との外積をとることにより，式 (3) で定義された Laplace-Runge-Lenz ベクトル$\boldsymbol{e}$ が保存量であることを示しなさい．

問２　問１で示したことを用いて，以下の小問（１）～（３）に答えなさい．なお，$e \equiv |\boldsymbol{e}|$，$h \equiv |\boldsymbol{h}|$，と定義し，$\boldsymbol{e}$ と $\boldsymbol{r}$ とのなす角を θ とする．

（１）　質点 m の軌道が，一つの平面の上にあることを説明しなさい．また，Laplace-Runge-Lenz ベクトル $\boldsymbol{e}$ が，O を始点とすると，その軌道平面の上にあることを説明しなさい．

（２）　式 (3) の両辺と $\boldsymbol{r}$ との内積をとることにより，軌道の方程式の極座標表示である次の式 (4) を求めなさい．

$$r = \frac{L}{1 + e\cos\theta} \tag{4}$$

ただし，

$$L \equiv \frac{h^2}{GM}$$

とする．

（３）　$0 < e < 1$ の場合に，軌道が楕円となることを，式 (4) から直交座標における楕円の方程式の標準形を導出することにより，示しなさい．

化学

問題１～問題３の全てに答えなさい.

問題１　カルノーサイクルは，温度が異なる 2 つの熱源の間で動作する可逆熱サイクルの一種である. 図1は，理想気体の可逆カルノーサイクルの $V-P$（体積－圧力）図を模式的に示したものである. 図1の点 A から点 B の動作は断熱圧縮過程，点 B から点 C の動作は Q_{in} の熱を得て等温で膨張する等温膨張過程，点 C から点 D の動作は断熱膨張過程，点 D から点 A は Q_{out} の熱を放出し等温で圧縮する等温圧縮過程である. 下記の問1～問3に答えなさい.

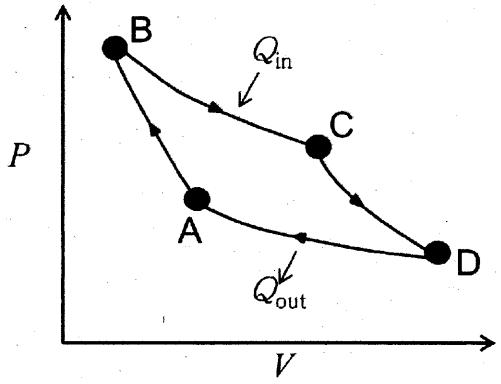


図１　可逆カルノーサイクルの $V-P$図

問１　図１で示されるカルノーサイクルの $V-T$（体積－温度）図及び $S-T$（エントロピー－温度）図を模式的に示しなさい.

問2　カルノーサイクルでは，等温膨張過程で熱（Q_{in}）を得て，等温圧縮過程で熱（Q_{out}）を放出して仕事を行う. それらの差がカルノーサイクルの行った仕事（W）であり，カルノーサイクルの熱効率は W/Q_{in} となる. 点 A の温度が 300 K であり，点 B の温度が 500 K である場合の熱効率を求めなさい.

問3　図1で示されるカルノーサイクルの対象ガスが 1 mol の単原子分子であるとき，点 A (300 K)から点 B(500 K)への内部エネルギーの変化 ΔUを求めなさい. なお，気体定数Rは 8.31 J K^{-1} mol^{-1}であり，定積モル比熱 C_Vは $\frac{3}{2}$R とする.

問題２　酵素反応に関する問１～問３に答えなさい．

問１　酵素反応の機構として次のようなものが提唱されている．この機構では，基質Sが酵素Eに可逆的に結合して基質酵素複合体ESが形成され，さらにESから不可逆的に生成物Pが生じ，酵素Eが再生される．

$$\mathrm{E} + \mathrm{S} \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} \mathrm{ES} \tag{1}$$

$$\mathrm{ES} \xrightarrow{k_2} \mathrm{E} + \mathrm{P} \tag{2}$$

ここで，k_1，k_{-1}，k_2は反応速度定数である．酵素E，基質S，基質酵素複合体ES，生成物Pの濃度を，それぞれ[E], [S], [ES], [P]として，式 (1) のESの生成速度v_1および分解速度v_{-1}，式（2）のESの分解速度v_2を求めなさい．

問２　多くの酵素反応では，式 (1) の平衡は瞬時に達するが，式 (2) の反応は式 (1) の反応に比べてかなり遅い．このような場合，[ES]を一定と近似できる．この近似を用いて，生成物Pの生成速度v_3に関する式（3）を導出しなさい．

$$v_3 = \frac{k_2[\mathrm{S}][\mathrm{E_T}]}{K_\mathrm{M} + [\mathrm{S}]} \tag{3}$$

なお，$[\mathrm{E_T}]$は全酵素濃度($[\mathrm{E_T}] = [\mathrm{E}] + [\mathrm{ES}]$)，$K_\mathrm{M}$は式（4）で与えられる定数である．

$$K_\mathrm{M} = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1} \tag{4}$$

問３　生成物Pの生成速度の最大値を$v_{\max}$とすると，式（3）の関係式から，ミカエリス・メンテンの式と呼ばれる式（5）が得られる．

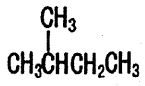
$$v_3 = \frac{v_{\max}[\mathrm{S}]}{K_\mathrm{M} + [\mathrm{S}]} \tag{5}$$

多くの酵素反応において，基質濃度が十分に低い場合には基質濃度の１次反応となり，基質濃度が十分に高い場合に基質濃度の０次反応となることを，ミカエリス・メンテンの式を使い説明しなさい．

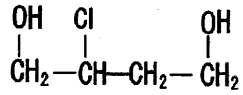
問題３　以下の問１～問２について答えなさい.

問１　次の(1)～(3)の有機物の IUPAC 組織名（組織名のうち置換命名法を用いる）を答えなさい.

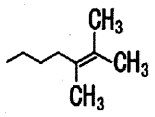
(1)



(2)

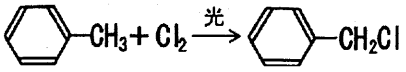


(3)

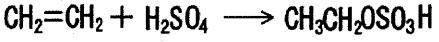


問２　次の（1）～（6）の反応が，置換反応，付加反応，脱離反応，縮合反応，転位反応のいずれであるかを答えなさい.

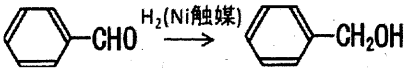
(1)



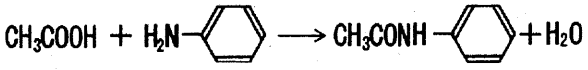
(2)



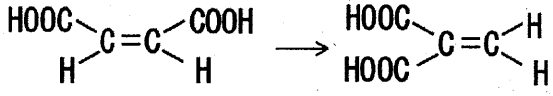
(3)



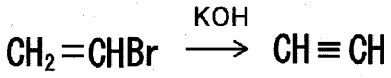
(4)



(5)



(6)



生物学

以下の問題1～問題3を，それぞれ別の解答用紙を用いて全て解答しなさい．

問題1　以下の文章を読み，問1～問6に全て答えなさい．

光合成は，光エネルギーを化学エネルギーに変換する過程であり，①二酸化炭素と水を材料とし，グルコースを生成し，酸素を副産物として排出する．植物の光合成は葉緑体とよばれる細胞小器官で行われる．②葉緑体はいくつかの異なる光合成色素をもち，これらが太陽光（可視光）を吸収することで，光合成の中心的な働きをする．

光合成は二つの過程（明反応とカルビン回路）にわけることができる．明反応では，可視光が化学エネルギーに変換され，エネルギーと電子を伝える分子が生成される．カルビン回路では，それらの分子から供給されるエネルギーと電子，そしてCO_2の炭素を使ってグリセルアルデヒド3-リン酸（G3P）とよばれる糖分子が生成される．グルコースはG3Pを原材料にして生成される．

問1　下線部①の反応式を書きなさい．

問2　下線部②に関して，落葉樹の葉は秋から冬にかけての気温低下時に黄色や橙色に変わる．このとき葉緑体内で生じる変化を，光合成色素に着目して30字程度で書きなさい．

問3　明反応における水分子の役割を，30字程度で書きなさい．

問4　明反応からカルビン回路に引き渡される分子を次の【選択肢】から2つ選び，それぞれについて，光合成における機能を各40字程度で書きなさい．

【選択肢】　ADP　ATP　$NADP^+$　NADPH　NADH

問5　G3Pの他に，カルビン回路で生成される糖分子の名称を書きなさい．

問6　光合成でつくられるグルコースの酸素原子は，二酸化炭素分子と水分子に含まれる酸素原子のうち，主にどちらに由来すると考えられるか．明反応とカルビン回路の過程をふまえて100字～150字程度で書きなさい．

問題 2　以下の文章を読み，問１，問２に全て解答しなさい．

A さんと B さんが，ある地域のカエルを調査したところ，形態は極めて似ていて区別がつかないものの，色彩から明確に 2 つのタイプに分けることができるカエルをそれぞれ多数見出した．この 2 タイプのカエルのうち，一方のカエルはその皮膚が緑色であったが，もう一方のカエルの皮膚には緑色に加えて赤い斑点が見られた．これらの中間的な色彩を持つカエルは見られなかった．A さんはこの 2 タイプのカエルの違いを①種の違いであると判断したが，B さんは②別の解釈も可能だ，と主張した．なお，この 2 タイプのカエルは，同所的に生息しているものとする．

問１　下線部①に関し，A さんが見出した 2 タイプのカエルが，互いに異なる種であると判断するには，どのようなことが分かればよいか，生物学的種概念に基づいて，50 字程度で答えなさい．

問２　下線部②に関し，B さんが主張した，別の解釈にはどのようなものがあるか．また，そのような解釈をするためには，どのようなデータや証拠が必要となるか．合わせて 50 字程度で答えなさい．

問題 3　以下の文章を読み，問１～問３に全て解答しなさい．

オーストラリアには元来，真獣類（子宮内で初期発生を完了する哺乳類）がほとんど生息せず，多様な有袋類（子宮の外で，一般的には母親の育児嚢で初期発生を完了する哺乳類）がみられる．一方，哺乳類の化石記録や分子系統学から，真獣類に比べて有袋類は原始的で，出現が早いと考えられている．オーストラリアの有袋類にはカンガルーやコアラの他，フクロネコやフクロモグラ，フクロウサギ（バンディクート）やフクロオオカミ（タスマニアオオカミ）など，それぞれ他の大陸に分布する真獣類のネコ，モグラ，ウサギ，オオカミに似た形態や生態を示すものがみられる．

問１　オーストラリアの有袋類のように，種分化の過程でさまざまな環境に進出し，多様な形態の種を生み出す現象を何というか．

問２　下線部で示した例のように，直接の系統関係を持たない動物どうしが同様な生態を持つことで，その形態が類似する現象のことを何というか．

問３　有袋類はなぜオーストラリアで多様化できたのか．その理由として考えられることを 100 字程度で答えなさい．

数学

以下の**問題１**～**問題５**を全て解答しなさい．答案には計算過程も書きなさい．

問題１　次の行列の行列式の値と逆行列を求めなさい．

問１ $\begin{pmatrix} -\sin\theta & 0 & \cos\theta \\ -\cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$　　問２ $\begin{pmatrix} 0 & -3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

問題２　次の定積分の値を計算しなさい．ここで x は実数，i は虚数単位である．

問１ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{x}{(\cos x - i\sin x)^2}dx$

問２ $\displaystyle\int_0^1 (1+x)\sqrt{1-x^2}\,dx$

問題３　次の常微分方程式を解きなさい．

問１ $\displaystyle 4\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 5y = 0$

問２ $\displaystyle x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2y\left(\frac{dy}{dx}\right) + x = 0$

問題４　関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を次のように定義する．

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$

ここで i は虚数単位，t と ω は実数である．以下の問１～問３に答えなさい．

問１　$f(t)$ が実関数であるときに $F(\omega) = F^*(-\omega)$ を満たすことを示しなさい．ここで $*$ は複素共役を表す．

問２　次の関数のフーリエ変換を求めなさい．

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$　（ここで α は実数で，$\alpha > 0$）

問３　問２で求めたフーリエ変換の実部と虚部を問１で示した関係が分かるように図示しなさい．ただし，関数の曲線は，特徴さえ捉えていれば概形を示せばよい．

問題５　連続な確率変数 x が平均 μ，分散 σ^2（標準偏差 σ）の正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ に従う場合，確率密度関数 $f(x)$ は以下の式で表される．

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

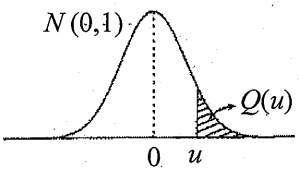
以下の問１～問３に答えなさい．

問１　連続な確率変数 y を $y=ax+b$ と定義する．このとき，確率密度関数 $g(y)$ およびその平均と分散を求めなさい．ここで a と b は実数で，$a>0$ である．

問２　確率変数 y が標準正規分布 $N(0,1)$ に従うとき，a と b を μ，σ を用いて表しなさい．

問３　球形粒子を用いた実験を想定する．球形粒子の直径（D）が平均 5.000 mm，標準偏差 0.010 mm の正規分布に従うサンプルの中から，$4.985 < D < 5.015$（単位は mm）の粒子を使用しなければならないとき，使用できる粒子数の全粒子数に対する割合（%）を表１を参考にして求めなさい．

表１．標準正規分布 $N(0,1)$ の上側確率 $Q(u)$．ここで $Q(u)$ は，u 以上の値を取る確率を表す．



u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010

与えられた $u(>0)$ に対し，その小数点以下１桁までの数字により左の見出しのそれを，小数点以下２桁目の数字で上の見出しのそれを定めるとき，その交差点にある数字が $Q(u)$ の値である．

例． $u = 1.23$ のとき，左の見出しが 1.2 と上の見出しが 0.03 の交差点にある 0.1093 が求める $Q(1.23)$ の値である．

（篠崎信雄，統計解析入門，1994）